

# Тонкая структура взаимосвязи цены и спроса на рынке электроэнергии

Мульти-масштабный корреляционный анализ

**Афанасьев Д.О.<sup>a</sup>   Федорова Е.А.<sup>b,a</sup>   Попов В.Ю.<sup>c,a</sup>**

<sup>a</sup>Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия

<sup>b</sup>Высшая школа экономики, Москва, Россия

<sup>c</sup>Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия

09.04.2015

*XVI Апрельская международная научная конференция  
“Модернизация экономики и общества”*



# Содержание

- 1 Мотивация
- 2 Методология
- 3 Данные
- 4 Результаты
- 5 Выводы

# Фундаментальные модели ценообразования

Barlow (2002):

$$P_t(\alpha \neq 0) = (1 + \alpha D_t)^{1/\alpha}, P_t(\alpha = 0) = e^x \\ dD_t = k(\mu - D_t)dt + \sigma dW_t$$

Skantze, Gubina, и Ilic (2000):

$$P_t = \exp(\alpha D_t + \beta C_t) \\ dD_t = -kD_t dt + \sigma_D dW_t, dC_t = \mu C_t + \sigma_C d\bar{W}_t + dZ_t, dW_t d\bar{W}_t = 0$$

Coulon и Howison (2009):

$$P_t = B_t(x) = I_t^{-1}(x) \\ I_t(x) = \sum_{i=1}^n (b_t^i)^{-1}(x), x = \{D_t, \frac{D_t}{C_t}\}$$

Fuss, Mahringer, и Prokopczuk (2013):

$$P_t = \mu G_t^\delta \exp(\alpha D_t + \beta C_t) \\ D_t = q_t + s(t), dq_t = -kq_t dt + \sigma_q e^{\varphi(t)} dW_t, \varphi(t) = \theta \sin(2\pi(kt + \varsigma))$$

# Известные проблемы

- ▶ Корреляция цены со спросом неявно полагается неизменной  $\Rightarrow$  параметры модели фиксированны во времени. Исключение - модели с марковскими переключениями (De Jong, 2006; Zachmann, 2013). Однако в рамках режимов параметры по-прежнему остаются фиксированными.
- ▶ Полагается, что удаление тренд-сезонной составляющей приводит к стационарным временным рядам. Однако применяемый инструментарий не может корректно работать ни с *нестационарными* (скользящее среднее, экспоненциально-взвешенное скользящее среднее, регрессия на фиктивные переменные, Фурье-разложение), ни с *нелинейными* (вейвлет-декомпозиция) рядами  $\Rightarrow$  тренд-сезонная и стохастическая компоненты некорректны.
- ▶ Относительно небольшое число исследований посвящены именно *количественной оценке корреляции* на рынках электроэнергии (Uritskaya и Serletis, 2008; Alvarez-Ramirez и Escarela-Perez, 2010), в то время, как моделированию и прогнозированию уделяется много внимания.

# Известные проблемы

- ▶ Корреляция цены со спросом неявно полагается неизменной  $\Rightarrow$  параметры модели фиксированны во времени. Исключение - модели с марковскими переключениями (De Jong, 2006; Zachmann, 2013). Однако в рамках режимов параметры по-прежнему остаются фиксированными.
- ▶ Полагается, что удаление тренд-сезонной составляющей приводит к стационарным временным рядам. Однако применяемый инструментарий не может корректно работать ни с *нестационарными* (скользящее среднее, экспоненциально-взвешенное скользящее среднее, регрессия на фиктивные переменные, Фурье-разложение), ни с *нелинейными* (вейвлет-декомпозиция) рядами  $\Rightarrow$  **тренд-сезонная и стохастическая компоненты некорректны.**
- ▶ Относительно небольшое число исследований посвящены именно **количественной оценке корреляции** на рынках электроэнергии (Uritskaya и Serletis, 2008; Alvarez-Ramirez и Escarela-Perez, 2010), в то время, как моделированию и прогнозированию уделяется много внимания.

# Известные проблемы

- ▶ Корреляция цены со спросом неявно полагается неизменной  $\Rightarrow$  параметры модели фиксированны во времени. Исключение - модели с марковскими переключениями (De Jong, 2006; Zachmann, 2013). Однако в рамках режимов параметры по-прежнему остаются фиксированными.
- ▶ Полагается, что удаление тренд-сезонной составляющей приводит к стационарным временным рядам. Однако применяемый инструментарий не может корректно работать ни с *нестационарными* (скользящее среднее, экспоненциально-взвешенное скользящее среднее, регрессия на фиктивные переменные, Фурье-разложение), ни с *нелинейными* (вейвлет-декомпозиция) рядами  $\Rightarrow$  **тренд-сезонная и стохастическая компоненты некорректны.**
- ▶ Относительно небольшое число исследований посвящены именно **количественной оценке корреляции** на рынках электроэнергии (Uritskaya и Serletis, 2008; Alvarez-Ramirez и Escarela-Perez, 2010), в то время, как моделированию и прогнозированию уделяется много внимания.

# Типы и категории силы корреляции

## Типы корреляции:

- Проциклическая:  $\rho > 0$
- Ациклическая:  $\rho = 0$
- Антициклическая:  $\rho < 0$

## Категории силы корреляции:

- Нулевая:  $0.00 \leq \rho < 0.13$
- Слабая:  $0.13 \leq \rho < 0.30$
- Умеренная:  $0.30 \leq \rho < 0.70$
- Сильная:  $0.70 \leq \rho < 1.00$

# Гипотезы о характере корреляции

## Гипотеза 1

В краткосрочном периоде (до 1 недели) корреляция является сильной проциклической: влияние недельного бизнес-цикла и низкая краткосрочная эластичность спроса по цене.

## Гипотеза 2

В среднесрочном периоде (от 2х недель до полугода) корреляция является нулевой или слабой проциклической: колебания спроса сглаживаются генерирующими компаниями за счет ввода или остановки резервных мощностей.

## Гипотеза 3

В долгосрочной перспективе (от полугода и более) корреляция является умеренной антициклической: (1) падение спроса  $\Rightarrow$  увеличение средних постоянных издержек  $\Rightarrow$  рост средних полных издержек  $\Rightarrow$  рост цены; (2) долгосрочный рост цены  $\Rightarrow$  оптимизация потребления  $\Rightarrow$  падение спроса.



# Гипотезы о характере корреляции

## Гипотеза 1

В краткосрочном периоде (до 1 недели) корреляция является сильной проциклической: влияние недельного бизнес-цикла и низкая краткосрочная эластичность спроса по цене.

## Гипотеза 2

В среднесрочном периоде (от 2х недель до полугода) корреляция является нулевой или слабой проциклической: колебания спроса сглаживаются генерирующими компаниями за счет ввода или остановки резервных мощностей.

## Гипотеза 3

В долгосрочной перспективе (от полугода и более) корреляция является умеренной антициклической: (1) падение спроса  $\Rightarrow$  увеличение средних постоянных издержек  $\Rightarrow$  рост средних полных издержек  $\Rightarrow$  рост цены; (2) долгосрочный рост цены  $\Rightarrow$  оптимизация потребления  $\Rightarrow$  падение спроса.

# Гипотезы о характере корреляции

## Гипотеза 1

В краткосрочном периоде (до 1 недели) корреляция является сильной проциклической: влияние недельного бизнес-цикла и низкая краткосрочная эластичность спроса по цене.

## Гипотеза 2

В среднесрочном периоде (от 2х недель до полугода) корреляция является нулевой или слабой проциклической: колебания спроса сглаживаются генерирующими компаниями за счет ввода или остановки резервных мощностей.

## Гипотеза 3

В долгосрочной перспективе (от полугода и более) корреляция является умеренной антициклической: (1) падение спроса  $\Rightarrow$  увеличение средних постоянных издержек  $\Rightarrow$  рост средних полных издержек  $\Rightarrow$  рост цены; (2) долгосрочный рост цены  $\Rightarrow$  оптимизация потребления  $\Rightarrow$  падение спроса.

# Содержание

- 1 Мотивация
- 2 Методология**
- 3 Данные
- 4 Результаты
- 5 Выводы

## Декомпозиция на эмпирические моды (EMD)

Исходный сигнал декомпозируется на сумму внутренних модовых функций IMF (Huang и др., 1998):

- 1 число экстремумов и число переходов через нулевую точку должны быть либо равны, либо отличаться не более чем на единицу
- 2 в любой момент времени среднее значение огибающей, построенной на локальных максимумах, и огибающей, построенной на локальных минимумах, равняется нулю

Исходный сигнал  $x[t]_{t \in (1, T)}$  может быть восстановлен в виде суммы  $I$  полученных IMF (эмпирический базис разложения) и остатка  $r[t]$ :

$$x[t] = \sum_{i=1}^I IMF_i[t] + r[t].$$

# Декомпозиция по полной системе эмпирических мод с адаптивным шумом (CEEMDAN)

Хронология развития методологии:

- ▶ EMD (Huang и др., 1998) - перемешивание мод ("mode mixing")
- ▶ EEMD (Wu и Huang, 2009) - остаточный шум, неустойчивое число мод
- ▶ CEEMDAN (Torres и др., 2011) - решает указанные проблемы

Процедура CEEMDAN ( $r_0[t] = x[t]$ ,  $n_k[t] \sim N(0, 1)$ ,  $\alpha$  - амплитуда шума,  $E_i(\cdot)$  - оператор извлечения  $i$ -ой моды EMD):

- 1 Выделяем первую моду для  $K$  реализаций белого шума  $r_{i-1}[t] + \alpha_{i-1}E_{i-1}(n_k[t])$  и определяем  $i$ -ую моду исходного сигнала:

$$\widetilde{IMF}_i[t] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K E_1(r_{i-1}[t] + \alpha_{i-1}E_{i-1}(n_k[t]))$$

- 2 Рассчитываем  $i$ -ый остаток, как  $r_i[t] = r_{i-1}[t] - \widetilde{IMF}_i[t]$
- 3 Если  $r_i[t]$  имеет хотя бы 2 экстремума, то повторяем процедуру для  $i = i + 1$ .

# Недостатки линейной корреляции и пути их преодоления

Линейный коэффициент корреляции Пирсона:

$$corr_{xy} = \frac{cov_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{|\mathbf{x}^T \mathbf{y}|}{\|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|} \{\bar{x} = 0, \bar{y} = 0\}$$

Эффект "ложной" корреляции (Yule, 1926): статистически значимая корреляция при отсутствии взаимосвязи. Причина - нестационарность и нелинейность (изменяющиеся частота и фаза)  $\Rightarrow$  Корреляция Пирсона не применима ко многим реальным финансовым процессам.

Paradimitriou и др. (2006): локальная корреляцию в скользящем окне  $t_\omega$ .

- ▶ Не конкретизирован способ определения ширины окна  $t_\omega$
- ▶ Не работает, если сигнал состоит из нескольких мод различного временного масштаба (частоты)

# Зависящая от времени внутренняя корреляция (TDIC)

Предложена Chen и др. (2010) и дополнена авторами:

1. Посредством **CEEMDAN** раскладываем исходные сигналы  $x_j[t]$ ,  $j = 1, 2$  на  $I$  внутренних мод  $IMF_i^j$ ,  $i = 1, \dots, I$ .
2. Для каждой из IMF выполняем преобразование Гильберта и определяем мгновенные периоды  $T_i^j[t] = 1/\dot{\theta}_i^j[t]$ .
3. Определяем размер окна для каждого момента времени  $t$ , как  $t_\omega[t] = [t - t_i^h[t]/2 : t + t_i^h[t]/2]$ , где  $t_i^h[t] = \max(T_i^1[t], T_i^2[t])$ .
4. Для каждой значимой пары IMF и отдельно для трендов зависящая от времени внутренняя корреляция TDIC рассчитывается, как:

$$\rho_i[t] = \text{corr}(IMF_i^1[t_\omega], IMF_i^2[t_\omega])$$

5. Характерное значение корреляции на заданном временном масштабе определяется, как **бутстрапированная медиана** динамической корреляции:

$$\bar{\rho}_i = \text{median}_{bsp}(\rho_i[t])$$

## Выделение тренда: текущее состояние

Наиболее распространенные инструменты оценки тренда в ценах на электроэнергию (Janczuga и др., 2013):

- ▶ регрессия на переменную времени (линейный тренд)
- ▶ регрессия на фиктивные переменные (кусочно-непрерывные функции)
- ▶ скользящее среднее (обычное и экспоненциально-взвешенное)
- ▶ разложение Фурье
- ▶ фильтр Ходрика-Прескотта
- ▶ вейвлет-декомпозиция

Известные проблемы:

- ▶ отсутствие единой трактовки тренда и общего мнения относительно лучшего из методов его оценки
- ▶ нестационарность и нелинейность финансовых процессов (указанные выше методы не способны иметь дело одновременно с 2мя этими свойствами)
- ▶ экстремальные выбросы в ценах (вопросы фильтрации рассмотрены в работах Janczuga и др., 2013)



# Выделение тренда: CEEMDAN и критерии отбора мод

## Тренд в контексте EMD

Сумма низкочастотных мод, начиная с  $i = i^*$ , и остатка разложения.

Критерии Flandrin и др. (2004):

- 1 "Существенное" отличие от нуля нормированного среднего значения частично восстановленного сигнала  $\hat{x}[t] = \sum_{i=1}^{i^*} IMF_i[t]$
- 2 Статистический:  $i_s^* = \min\{i | G_i > C_i^H\}$ , где  $\log_2(\log_2(C_i^H / \widehat{W}_i^H)) = a_{Hi} + b_H$

Критерии Moghtader и др. (2011):

- 1 Энергетический:  $i_e^* = \min\{i | G_i > G_{i-1}, i \geq 2\}$
- 2 Соотношение пересечений нуля:  $i_r^* = \min\{i | R_i \notin (Tr_{lo}^\alpha, Tr_{up}^\alpha), i \geq 2\}$ ,  
 $R_i = Z_{i-1}/Z_i$ ,  $Tr_{lo}^\alpha < 2 < Tr_{up}^\alpha$
- 3 Объединенный критерий:  $i_{er}^* = \min\{(i_e^*, i_r^*) | i_e^* = i_r^*\}$

Предлагаемые дополнительные критерии:

- 1 Низкочастотный:  $I/2 + 1 \leq i_f^* \leq I$
- 2 Объединенный расширенный критерий:  
 $i^* = \min\{(i_s^*, i_e^*, i_r^*, i_f^*) | i_s^* = i_e^* = i_r^* = i_f^*\}$

# Содержание

- 1 Мотивация
- 2 Методология
- 3 Данные**
- 4 Результаты
- 5 Выводы

# Данные

Рынок: оптовый рынок электроэнергии России (“рынок на сутки вперед”, РСВ)

Ценовые зоны: Европа-Урал и Сибирь

Период: 10.02.2011 – 31.12.2013 гг.

Цена: равновесная цена потребления и объем торгов (ОАО “АТС”, <http://atsenergo.ru>)

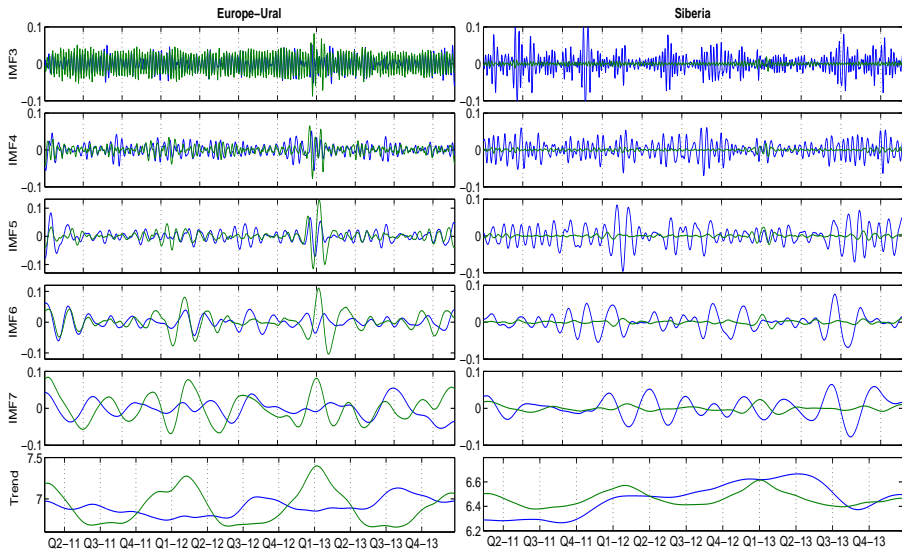


1 - ценовая зона Европа-Урал; 2 - ценовая зона Сибирь; 3, 4 - неценовые зоны; 5 - изолированная зона

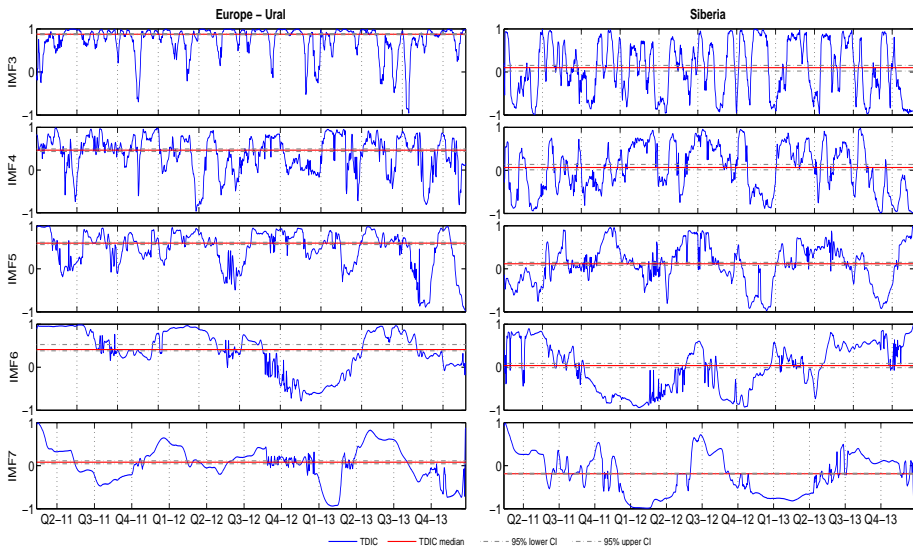
# Содержание

- 1 Мотивация
- 2 Методология
- 3 Данные
- 4 Результаты**
- 5 Выводы

# Эмпирические моды IMF



# Зависящая от времени внутренняя корреляция



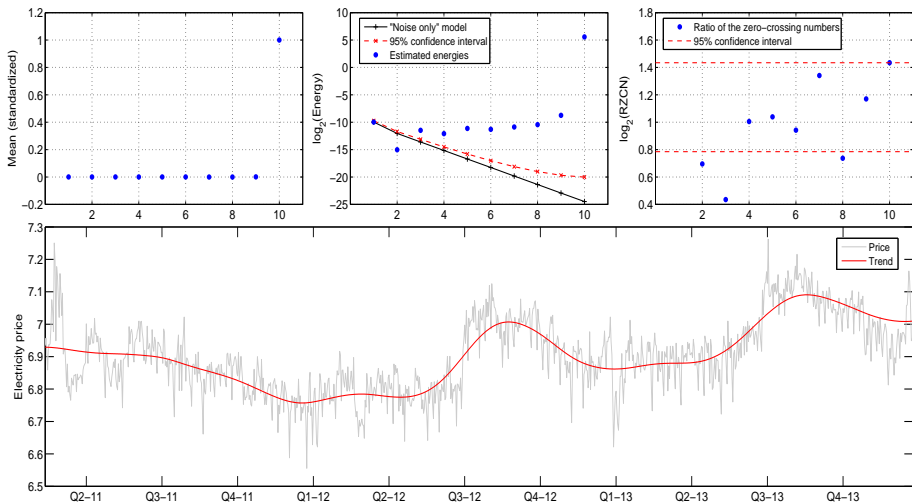
# Структура корреляции цены и спроса: Европа-Урал

Каноническая корреляция на полной выборке  $r = -0.23^{***}$

№ IMF	$\overline{T}_P$ , дни	$\overline{T}_D$ , дни	$r$	$\overline{\rho}$	Тип	Сила
1	3.1	3.4	-	-	-	-
2	4.8	5.3	-	-	-	-
3	6.8	7.0	0.71 <sup>***</sup>	0.88 <sup>***</sup>	P	S
4	12.8	9.5	0.30 <sup>***</sup>	0.46 <sup>***</sup>	P	M
5	25.9	21.7	0.38 <sup>***</sup>	0.60 <sup>***</sup>	P	M
6	52.1	52.1	0.32 <sup>***</sup>	0.42 <sup>***</sup>	P	M
7	114.2	108.3	0.04 <sup>**</sup>	0.08 <sup>***</sup>	A	U
8	<b>192.0</b>	<b>324.9</b>				
9	<b>469.3</b>	<b>469.3</b>	-0.40 <sup>***</sup>	-0.40 <sup>***</sup>	N	M
10	<b>2112.0</b>	<b>2112.0</b>				

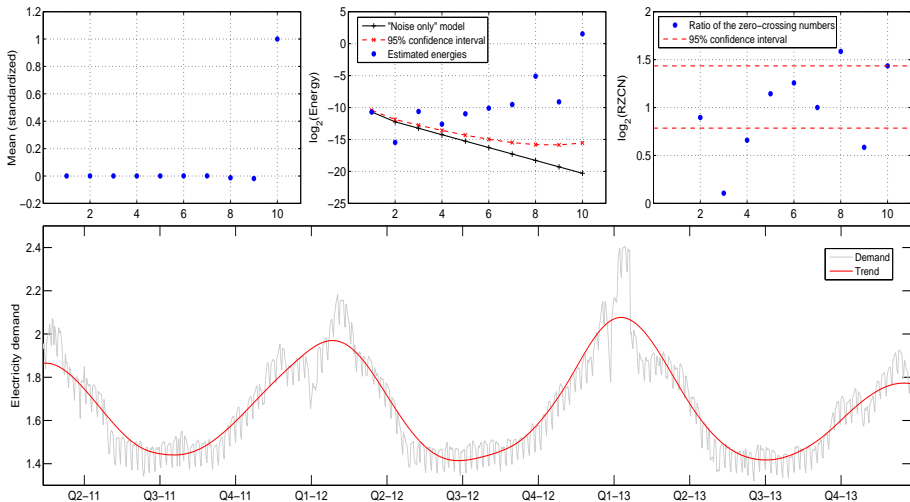
Пояснения:  $\overline{T}_P$  – период колебания IMF цены,  $\overline{T}_D$  – период колебания IMF спроса,  $r$  – линейный коэффициент корреляции,  $\overline{\rho}$  – медиана внутреннего коэффициента корреляции. Жирным шрифтом выделены периоды мод IMF, соответствующие компонентам тренда. \*\*\* – значим на 1% уровне, \*\* – значим на 5% уровне, \* – значим на 10% уровне. Типы корреляции: P - проциклическая, A - ациклическая, N - антициклическая. Категории силы корреляции: U - нулевая, W - слабая, M - умеренная, S - сильная.

# Долгосрочная тренд-циклическая составляющая цены: Европа-Урал





# Долгосрочная тренд-циклическая составляющая спроса: Европа-Урал



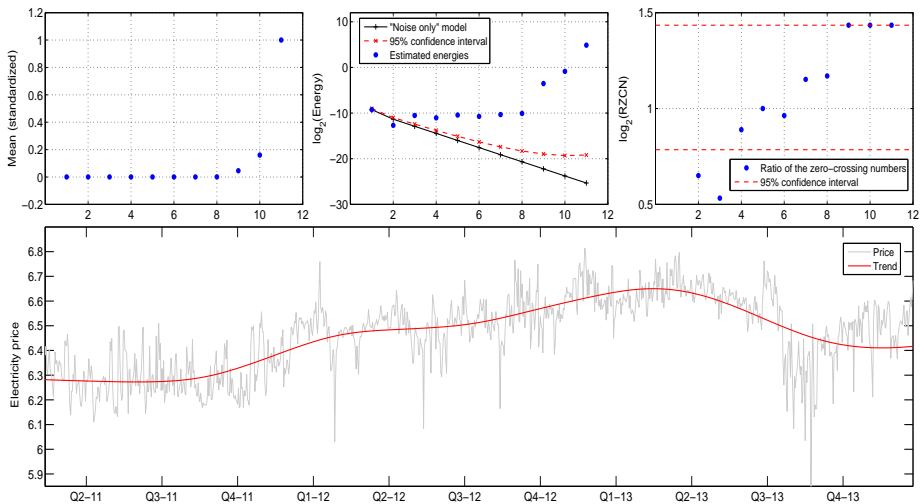
# Структура корреляции цены и спроса: Сибирь

Каноническая корреляция на полной выборке  $r = 0.40^{***}$

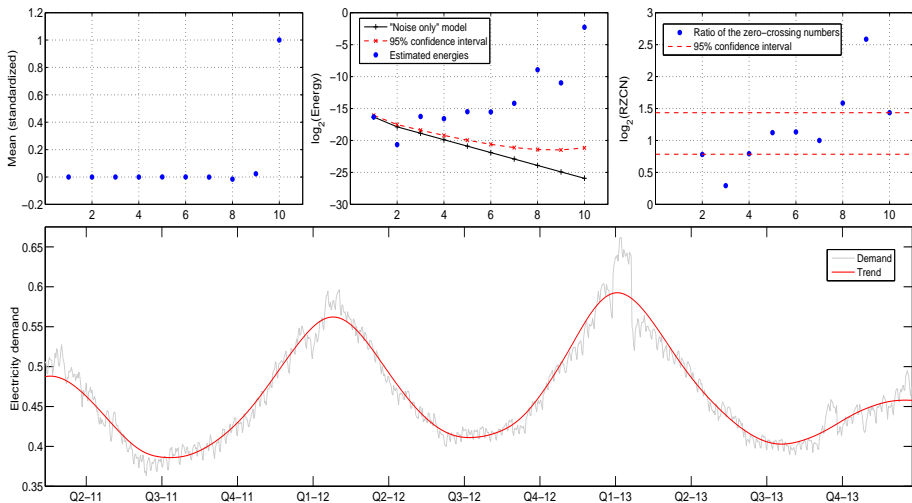
№ IMF	$\overline{T}_P$ , дни	$\overline{T}_D$ , дни	$r$	$\overline{\rho}$	Тип	Сила
1	3.1	3.3	-	-	-	-
2	4.9	5.1	-	-	-	-
3	7.0	6.8	0.03	0.10 <sup>***</sup>	A	U
4	12.8	10.9	-0.04	0.07 <sup>***</sup>	A	U
5	25.4	22.1	-0.01	0.12 <sup>***</sup>	A	U
6	46.4	46.9	-0.07 <sup>**</sup>	0.04 <sup>***</sup>	A	U
7	105.6	98.2	-0.19 <sup>***</sup>	-0.19 <sup>***</sup>	N	W
8	201.1	<b>324.9</b>				
9	<b>704.0</b>	<b>603.4</b>	0.49 <sup>***</sup>	0.49 <sup>***</sup>	P	M
10	<b>2112.0</b>	<b>2112.0</b>				
11	∞	-				

Пояснения:  $\overline{T}_P$  – период колебания IMF цены,  $\overline{T}_D$  – период колебания IMF спроса,  $r$  – линейный коэффициент корреляции,  $\overline{\rho}$  – медиана внутреннего коэффициента корреляции. Жирным шрифтом выделены периоды мод IMF, соответствующие компонентам тренда. \*\*\* – значим на 1% уровне, \*\* – значим на 5% уровне, \* – значим на 10% уровне. Типы корреляции: P – проциклическая, A – ациклическая, N – антициклическая. Категории силы корреляции: U – нулевая, W – слабая, M – умеренная, S – сильная.

# Долгосрочная тренд-циклическая составляющая цены: Сибирь



# Долгосрочная тренд-циклическая составляющая спроса: Сибирь



# Содержание

- 1 Мотивация
- 2 Методология
- 3 Данные
- 4 Результаты
- 5 Выводы**

## Выводы

- ▶ Мульти-масштабный корреляционный анализ (TDIC, CEEMDAN) позволяет более детально понять механизмы формирования цены электроэнергии под влиянием спроса
- ▶ Гипотеза 1 о наличии сильной проциклической корреляции между ценой и спросом на краткосрочном периоде (до 1 недели) подтвердилась для зоны Европа-Урал ( $\bar{\rho}_3 = 0.88$ ), и была опровергнута для зоны Сибирь ( $\bar{\rho}_3 = 0.10$ )
- ▶ Гипотеза 2 о нулевой или слабой проциклической корреляции в среднесрочном периоде (от 2х недель до полугода) подтвердилась для второй зоны и была частично опровергнута для первой
- ▶ Гипотеза 3 об умеренной антициклической корреляции цены и спроса в долгосрочном периоде (от полугода и более) подтвердилась для зоны Европа-Урал ( $\bar{\rho}_{tr} = -0.40$ ) и была опровергнута для зоны Сибирь ( $\bar{\rho}_{tr} = 0.49$ ), в которой корреляция на таких временных масштабах является умеренной проциклической
- ▶ Необходимость и способ учета влияния на цену электроэнергии сезонности спроса (краткосрочной и долгосрочной) существенно зависит от структуры потребления на исследуемом рынке

# Список литературы

- Alvarez-Ramirez, J., Escarela-Perez, R., 2010. Time-dependent correlations in electricity markets. *Energy Economics* 32 (2), 269–277.
- Barlow, M., 2002. A diffusion model for electricity prices. *Mathematical Finance* 12, 287–289.
- Chen, N., Wu, Z., Huang, N., 2010. The time-dependent intrinsic correlation based on the empirical mode decomposition. *Advances in Adaptive Data Analysis* 2 (2), 223–265.
- Coulon, M., Howison, S., 2009. Stochastic behavior of the electricity bid stack: from fundamental drivers to power prices. *Energy Markets* 2.
- De Jong, C., 2006. The nature of power spikes: a regime-switch approach. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 10 (3).
- Flandrin, P., Goncalves, P., Rilling, G., 2004. Detrending and denoising with empirical mode decomposition. EUSIPCO.
- Fuss, R., Mahringer, S., Prokopczuk, M., 2013. Electricity derivatives pricing with forward-looking information. University of St.Gallen, School of Finance Research Paper (2013/17).
- Huang, N., Shen, Z., Long, S., Wu, M., Shih, H., Zheng, Q., Yen, N., Tung, C., Liu, H., 1998. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 454 (1971), 903–995.
- Janczura, J., Truck, S., Weron, R., Wolff, R., 2013. Identifying spikes and seasonal components in electricity spot price data: A guide to robust modelings. *Energy Economics* 38, 96–100.
- Moghtader, A., Borgnat, P., Flandrin, P., 2011. Trend filtering: empirical mode decomposition versus  $l_1$  and Hodrick-Prescott. *Advances in Adaptive Data Analysis* 3 (1 and 2), 41–61.
- Papadimitriou, S., Sun, J., Yu, P., 2006. Local correlation tracking in time series. *ICDM*, 456–465.
- Skantze, P., Gubina, A., Ilic, M., 2000. Bid-based stochastic model for electricity prices: the impact of fundamental drivers on market dynamics. *Техотчет, Energy Laboratory Publications MIT EL 00-004*, Massachusetts Institute of Technology.  
URL <http://web.mit.edu/energylab/www/pubs/el00-004.pdf>
- Torres, M., Colominas, M., Schlotthauer, G., Flandrin, P., 2011. A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*.
- Uritskaya, O. Y., Serletis, A., 2008. Quantifying multiscale inefficiency in electricity markets. *Energy Economics* 30 (6), 3109–3117.
- Wu, Z., Huang, N., 2009. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis* 1 (1), 1–41.
- Yule, G., 1926. Why do we sometimes get nonsense correlations between time series? – A study in sampling and the nature of time series. *Journal of the Royal Statistical Society* 89 (1), 1–64.
- Zachmann, G., 2013. A stochastic fuel switching model for electricity prices. *Energy Economics* 35, 5–13.



Спасибо за внимание!  
Вопросы?

Афанасьев Д.О.: [dmafanasyev@gmail.com](mailto:dmafanasyev@gmail.com), <http://dmafanasyev.ru>

Федорова Е.А.: [ecolena@mail.ru](mailto:ecolena@mail.ru)

Попов В.Ю.: [masterlu@mail.ru](mailto:masterlu@mail.ru)