

Краткосрочное прогнозирование цены электроэнергии на российском рынке с использованием класса моделей SCARX

Афанасьев Д.О.^a Федорова Е.А.^{b,a}

^aФинансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия

^bНациональный исследовательский университет Высшая Школа Экономики, Москва, Россия

Декабрь 2017 г.

V МНПК "Управленческие науки в современном мире"

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) в рамках научного проекта № 16-06-00237 А.

- 1 Мотивация
- 2 Методология
- 3 Данные
- 4 Результаты
- 5 Выводы

- 1 Повышает ли точность краткосрочного прогноза отдельный учет динамики долгосрочной сезонной компоненты (LTSC) цены электроэнергии?
- 2 Какие методы внутривыборочной оценки LTSC приводят к наименьшей ошибке прогнозирования?
- 3 Подтверждается ли формальным статистическим тестированием отличие прогностической силы моделей с LTSC и обычной авторегрессии?

SCARX – Seasonal Component AutoRegressive

Класс моделей SCARX предложен Nowotarski и Weron (2016) и учитывает разную природу долгосрочных и краткосрочных изменений цены электроэнергии.

- 1 Выделение долгосрочной сезонной L_t и краткосрочной сезонно-стохастической S_t компонент из цены электроэнергии P_t (прологарифмированной):

$$P_t = L_t + S_t$$

- 2 Оценка для S_t авторегрессии отдельно для каждого часа суток \Rightarrow 24 модели + прогноз на сутки вперед:

$$\hat{S}_{t+h}, h = 1, \dots, 24$$

- 3 Экстраполяция L_t с учетом персистентности \Rightarrow прогноз на сутки вперед:

$$\hat{L}_{t+h}, h = 1, \dots, 24$$

- 4 Аддитивное восстановление и обратное логарифмическое преобразование \Rightarrow итоговый прогноз:

$$\hat{P}_{t+h} = \exp(\hat{L}_{t+h} + \hat{S}_{t+h}), h = 1, \dots, 24$$

Краткосрочная сезонно-стохастическая компонента S_t

Экономичная ARX спецификация, предложенная Misiołek и др. (2006):

$$S_t = \alpha_1 S_{t-24} + \alpha_2 S_{t-48} + \alpha_7 S_{t-168} + \alpha_8 m S_t + \beta_1 Z_t + \sum_{i=1,6,7} d_i D_t^i + \varepsilon_t$$

$S_{t-24/48/168}$ – влияние цен предыдущих дней

$m S_t$ – ценовой сигнал = минимальная цена за предыдущие сутки

Z_t – прогноз потребления (экзогенный фактор)

D_t^i – фиктивные переменные для недельной сезонности ($i = 1, 6, 7$ – Пн., Сб., Вс.)

ε_t – i.i.d нормальная ошибка

Долгосрочная сезонная компонента L_t

Персистентный тренд или модель случайного блуждания:

$$L_t = L_{t-24} + \nu_t, \nu_t \sim N(0, \sigma_L^2)$$

L_{t-24} – значение тренда сутки назад

Выделение долгосрочной сезонной компоненты L_t

Не существует единственно верного метода оценки тренда, т.к. само понятие математически слабо формализуемо, а большинство методов требуют субъективных априорных знаний.

Вейвлет-сглаживание

Проекция на отцовский (аппроксимирующей) и сумму материнских (детализирующих) вейвлетов:

$$P_t = A_t^1 + D_t^1 = A_t^2 + D_t^2 + D_t^1 = \dots = A_t^m + \sum_{i=1}^{m-1} D_t^{m-i} \Rightarrow L_t = A_t^m$$

- Вейвлет Добеши с порядком 24 (Nowotarski и др., 2013; Weron и Zator, 2015)
- Параметры масштаба $m = 6, \dots, 13$ (сглаживание от 3 дней до 1 года)

Фильтр Ходрика-Прескотта

Решение оптимизационной задачи для заданного уровня сглаживания λ :

$$\min_{L_t} \left[\sum_{t=1}^T (P_t - L_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((L_{t+1} - L_t) - (L_t - L_{t-1}))^2 \right]$$

- Параметры сглаживания $\lambda = 1 \times 10^8, 5 \times 10^8, \dots, 1 \times 10^{11}, 5 \times 10^{11}$

Наивная модель Сопежо и др. (2005)

$$P_t = \begin{cases} P_{t-168}, & D_t = 1, 6, 7 \\ P_{t-24}, & D_t = 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

P_t – цена электроэнергии

D_t – номер дня недели

Экономичная ARX спецификация Misioerek и др. (2006)

$$P_t = \alpha_1 P_{t-24} + \alpha_2 P_{t-48} + \alpha_7 P_{t-168} + \alpha_8 mP_t + \beta_1 Z_t + \sum_{i=1,6,7} d_i D_t^i + \varepsilon_t$$

$P_{t-24/48/168}$ – влияние цен предыдущих дней

mP_t – ценовой сигнал = минимальная цена за предыдущие сутки

Z_t – прогноз потребления (экзогенный фактор)

D_t^i – фиктивные переменные для недельной сезонности ($i = 1, 6, 7$ – Пн., Сб., Вс.)

ε_t – i.i.d нормальная ошибка

Средневзвешенная дневная ошибка (DMAE)

$$DMAE = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} \frac{|P_h - \hat{P}_h|}{\bar{P}_{24}}$$

Средневзвешенная недельная ошибка (WMAE)

$$WMAE = \frac{1}{168} \sum_{h=1}^{168} \frac{|P_h - \hat{P}_h|}{\bar{P}_{168}}$$

P_h – фактическая цена электроэнергии

\hat{P}_h – прогнозная цена электроэнергии

$\bar{P}_{24} = \sum_{h=1}^{24} P_h$ – средняя цена для заданного дня

$\bar{P}_{168} = \sum_{h=1}^{168} P_h$ – средняя цена для заданной недели

Преимущества

- Аналогичны по смыслу средней относительной ошибке (MAPE)
- Устойчивы к ценовым выбросам, характерным для рынка электроэнергии

Сравнение моделей: тест Diebold-Mariano

DM-тест – процедура формального сравнения статистической эквивалентности прогностических способностей 2х моделей, предложенная Diebold и Mariano (1995):

- 1 Функция потерь:

$$L(\varepsilon_t^i) = f(P_t, \hat{P}_t^i) = |\varepsilon_t^i| = |P_t - \hat{P}_t^i|, i = 1, 2$$

- 2 Дифференциал потерь (потери модели 1 относительно модели 2):

$$d_t = L(\varepsilon_t^1) - L(\varepsilon_t^2)$$

- 3 Нулевая гипотеза об эквивалентности прогностических способностей:

$$\mathbf{H}_0 : \mathbb{E}(d_t) = 0$$

- 4 Распределение статистики DM-теста при условии слабой стационарности d_t и выполнении \mathbf{H}_0 :

$$DM = \frac{\bar{d}_t}{\sqrt{(1/T) \cdot \text{var}(d_t)}} \sim N(0, 1)$$

- 5 Две односторонние гипотезы (p_N – перцентиль стандартного нормального распределения):

- Модель 1 "лучше" модели 2: $\mathbb{E}(d_t) < 0$ или $DM < p_N(100 \cdot \alpha)$
- Модель 2 "лучше" модели 1: $\mathbb{E}(d_t) > 0$ или $DM > p_N(100 \cdot (1 - \alpha))$

Рынки на стуки вперед

- ATC Европа-Урал (Россия)
- ATC Сибирь (Россия)
- Nord Pool (Норвегия, Швеция, Финляндия, Дания, Эстония, Латвия и Литва)

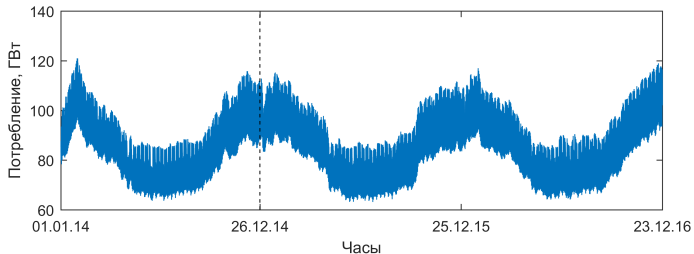
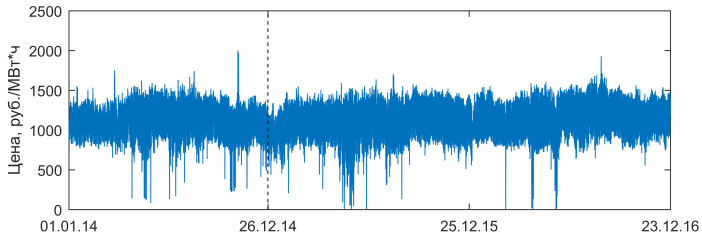
Временные ряды

- Часовые цены электроэнергии на сутки вперед
- Часовые прогнозы потребления электроэнергии на сутки вперед

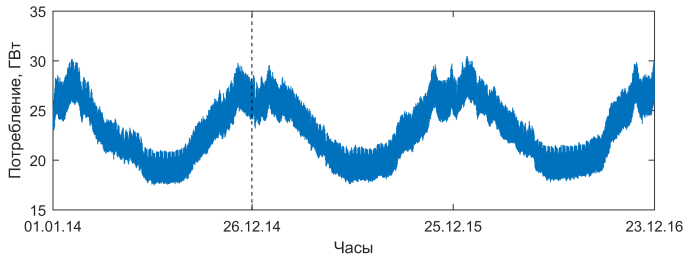
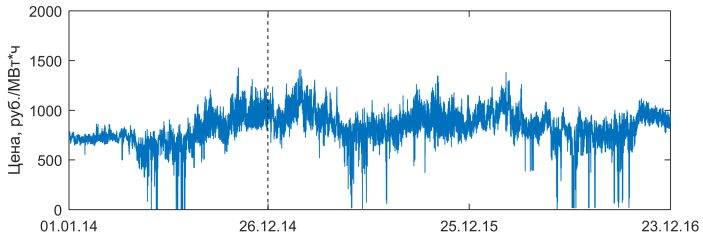
Периоды

- Калибровочный период (начальный):
 - ATC Европа-Урал и Сибирь: 01.01.2014 – 26.12.2014 (360 дней)
 - Nord Pool: 01.01.2013 – 26.12.2013 (360 дней)
- Тестовый период:
 - ATC Европа-Урал и Сибирь: 27.12.2014 – 23.12.2016 (728 дней, 104 недели)
 - Nord Pool: 27.12.2013 – 24.12.2015 (728 дней, 104 недели)

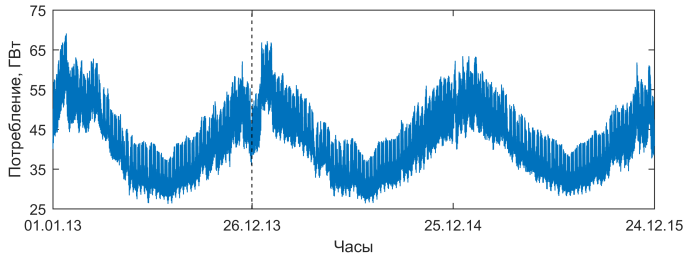
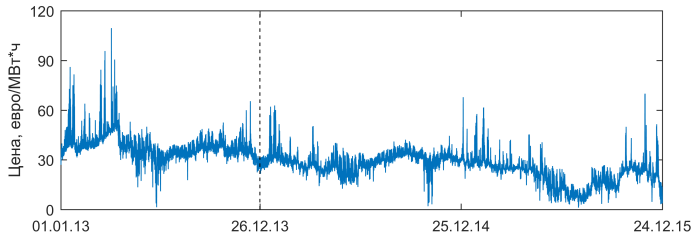
Цена и потребление ATS EU



Цена и потребление ATS SI



Цена и потребление Nord Pool



Кросс-валидация со скользящим окном

- 1 Оцениваем параметры модели на калибровочном периоде
- 2 Рассчитываем прогноз на сутки вперед (24 точки)
- 3 Сдвигаем калибровочное окно на одни сутки
- 4 Если достигнут конец тестового периода, то останавливаемся, иначе возвращаемся к 1

Обобщающие метрики ошибок

- $aWMAE$ ($aDMAE$) – среднее $WMAE$ ($DMAE$) за все недели (дни)
- N_B – количество недель, когда модель показывает наименьшую ошибку
- N_N – количество недель, когда ошибка меньше наивной
- N_{ARX} – количество недель, когда ошибка меньше ARX

DM-тест лучшей $SCARX-W/HP$ против ARX

- N^+ – количество часов, когда $SCARX$ приводит к меньшим потерям, чем ARX
- N^- – количество часов, когда ARX приводит к меньшим потерям, чем $SCARX$

Оценка эффективности: ошибка прогноза

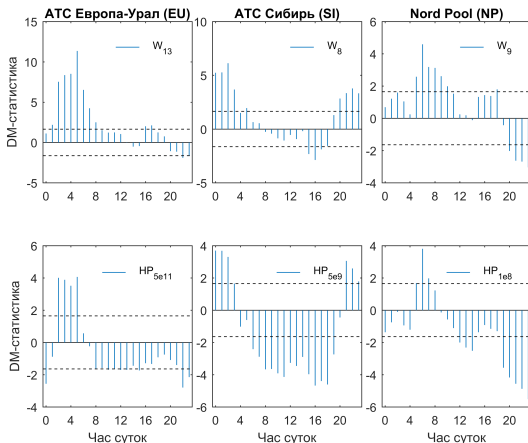
Модель	АТС Европа-Урал (EU)				АТС Сибирь (SI)				Nord Pool (NP)			
	aWMAE	N _B	N _N	N _{ARX}	aWMAE	N _B	N _N	N _{ARX}	aWMAE	N _B	N _N	N _{ARX}
Наивная	5,796	13	-	28	9,606	33	-	47	9,661	24	-	43
ARX	5,099	13	76	-	9,394	9	57	-	8,499	10	61	-
W ₆	5,475	10	62	40	9,993	2	47	36	9,988	8	39	28
W ₇	5,262	7	76	43	9,464	5	52	51	8,598	16	60	53
W ₈	5,104	3	78	54	9,144	4	57	55	8,389	5	70	62
W ₉	5,042	0	79	51	9,267	3	57	58	8,309	5	66	67
W ₁₀	4,975	2	79	58	9,219	1	61	56	8,332	1	63	66
W ₁₁	4,973	2	79	57	9,225	3	56	54	8,417	3	62	58
W ₁₂	4,963	7	80	62	9,41	11	52	47	8,452	2	61	52
W ₁₃	4,932	22	81	62	9,28	12	56	57	8,462	1	61	48
HP _{1-10⁸}	5,228	4	72	42	9,769	3	50	45	8,664	6	65	55
HP _{5-10⁸}	5,205	1	75	43	9,78	2	52	49	8,696	2	66	54
HP _{1-10⁹}	5,195	1	76	42	9,735	1	55	48	8,717	4	64	54
HP _{5-10⁹}	5,168	2	77	48	9,685	4	56	53	8,758	3	65	52
HP _{1-10¹⁰}	5,158	4	78	48	9,706	2	57	48	8,765	2	65	53
HP _{5-10¹⁰}	5,139	2	75	48	9,774	3	54	50	8,764	0	60	50
HP _{1-10¹¹}	5,131	4	72	47	9,809	1	53	50	8,756	4	59	49
HP _{5-10¹¹}	5,116	7	73	48	9,93	5	45	45	8,727	8	61	49

Результаты сравнения ошибок прогнозов

- 1 ARX и SCARX точнее наивной модели на EU и NP, а на SI – за исключением SCARX-HP.
- 2 SCARX-HP для любого λ оказываются менее точными, чем ARX.
- 3 SCARX-W чаще всего приводит к уменьшению ошибки прогноза по сравнению с ARX:
 - На EU и SI – для 5 из 8, на NP – для 6 из 8 параметров масштаба
 - Оптимальное m от 8 до 13, а 6 и 7 не приводят к улучшению точности
- 4 Модели, показавшие минимальную ошибку:
 - EU: SCARX-W₁₃, aWMAE = 4,932%, точнее ARX для 62 недель
 - SI: SCARX-W₈, aWMAE = 9,144%, точнее ARX для 55 недель
 - NP: SCARX-W₉, aWMAE = 8,309%, точнее ARX для 67 недель
- 5 Наибольшее повышение точности SCARX дает на тех рынках, где тренд более выражен:
 - На EU тренд практически отсутствует – повышение точности 0,167%
 - На SI и NP тренд явно выражен – повышение точности 0,250% и 0,190%, соответственно

Необходим компромисс между уровнем сглаживания и волатильностью остатка: сильное сглаживание = менее вариативный остаток, но тренд недостаточно персистентен и включает краткосрочные изменения.

Оценка эффективности: DM-тест



	ATC Европа-Урал (EU)		ATC Сибирь (SI)		Nord Pool (NP)	
	W_{13}	$HP_{5 \cdot 10^{11}}$	W_8	$HP_{5 \cdot 10^9}$	W_9	$HP_{1 \cdot 10^8}$
N^+	10 (42%)	4 (17%)	9 (38%)	7 (29%)	7 (29%)	3 (13%)
N^-	1 (4%)	7 (29%)	3 (13%)	14 (58%)	4 (17%)	8 (33%)

DM-тест подтверждает полученные на базе WMAE результаты сравнения моделей.

- 1 SCARX-W на каждом из рынков достаточно редко оказывается хуже ARX:
 - Максимально 17% (4 часа) для NP
 - Минимально 4% (1 час) для EU
- 2 SCARX-W достаточно часто опережает ARX по качеству прогноза:
 - Минимально 29% (7 часов) для NP
 - Максимально 42% (10 часов) для EU
- 3 SCARX-HP демонстрирует результаты хуже SCARX-W на всех рассмотренных рынках:
 - N^+ в среднем меньше в 1,6 раза
 - N^- в среднем больше в 4,5 раза

Основной вывод

SCARX-W при корректно подобранном параметре масштаба позволяет получить повышение точности прогноза, по сравнению с наивным подходом, моделью ARX и SCARX-HP

Проблемы

- Априорный выбор параметра масштаба для W
- Использование SCARX при слабовыраженном тренде

Вопросы

- Разные параметры масштаба = разные независимые прогнозы. Есть ли смысл комбинировать или усреднять? Какой метод комбинирования точнее?
- Комбинировать все доступные модели или отбирать только "лучшие"?
- Как определить "лучшие" модели при комбинировании с отбором? Доверительное множество моделей?

- Conejo, A., Plazas, M., Espínola, R., Molina, A., 2005. Day-ahead electricity price forecasting using the wavelet transform and arima models. *IEEE Trans. Power Syst.* 20, 1035–1042.
- Diebold, F., Mariano, R., 1995. Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics* 13, 253–263.
- Misiorek, A., Trück, S., Weron, R., 2006. Point and interval forecasting of spot electricity prices: Linear vs. non-linear time series models. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 10 (3), Article 2.
- Nowotarski, J., Tomczyk, J., Weron, R., 2013. Robust estimation and forecasting of the long-term seasonal component of electricity spot prices. *Energy Economics* 39, 13–27.
- Nowotarski, J., Weron, R., 2016. On the importance of the long-term seasonal component in day-ahead electricity price forecasting. *Energy Economics* 57, 228–235.
- Weron, R., Zator, M., 2015. A note on using the Hodrick-Prescott filter in electricity markets. *Energy Economics* 48, 1–6.

Спасибо за внимание!

Вопросы?

Афанасьев Дмитрий:
email: dmafanasyev@gmail.com
web: <http://dmafanasyev.ru>

Федорова Елена:
email: ecolena@mail.ru